

دفترچه شماره (1)

صبح جمعه

۹۸/۱۲/۹



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»  
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - سال ۱۳۹۹

رشته مهندسی صنایع - کد (۲۳۵۰)

مدت پاسخ گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: تحقیق در عملیات (۲۰۱) - تئوری احتمالات و آمار مهندسی - طراحی سیستم های صنعتی	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و یا متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.



\* داوطلب کرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- برای ماتریس  $A$  با کدام ویژگی، لزوماً بردار  $Ax$  وجود ندارد که به ازای آن فاصله اقلیدسی بردار  $Ax$  از بردار  $b$  مساوی صفر شود؟

(۱)  $|AA^T| = |A^T A| = 0$

(۲)  $A$  معکوس پذیر باشد.

(۳)  $A$  دارای رتبه ستونی کامل و  $|AA^T| = 0$  باشد.

(۴)  $A$  دارای رتبه سطری کامل باشد ولی معکوس پذیر نباشد.

۲- در یک اورژانس شبانه‌روزی، حداقل تعداد کارکنان مورد نیاز در هر یک از ۶ بازه ۴ ساعته ۶-۱۰، ۱۰-۱۴، ۱۴-۱۸، ۱۸-۲۲ و ۲۲-۲ در طی یک شبانه‌روز با توجه به داده‌های تاریخی تخمین زده شده است. هر کارکن تنها باید ۸ ساعت متوالی در روز کار کند. در صورتی که به دنبال تعیین کمترین تعداد کارکنان مورد نیاز با استفاده از برنامه‌ریزی خطی باشیم، مدل حاصل چند محدودیت اصلی (غیر از محدودیت‌های دامنه متغیرها) خواهد داشت؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

۳- یک مسئله سرمایه‌گذاری در قالب زیر مدل شده است:

$$\max z = 2/1x_1 + 1/5x_2 + 1/15x_3$$

$$\text{s.t.} \quad 33/5x_1 + 25x_2 + 17/5x_3 \leq 780$$

$$x_1 + 0/8x_2 + 1/5x_3 \leq 40$$

که در آن هر سه متغیر، عدد صحیح نامنفی هستند. چنانچه بخواهیم متغیر  $x_2$  را براساس متغیرهای صفر و یک بیان کنیم، حداقل چه تعداد متغیر نیاز است؟

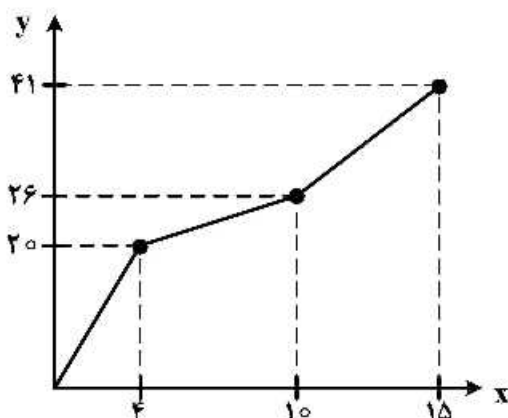
(۱) ۷

(۲) ۶

(۳) ۵

(۴) ۴

۴- مسکن‌سوره در نمودار زیر نمایش داده شده است. کمیت  $y$  تابعی از متغیر مستقل  $x$  است. به منظور مدل‌سازی خطی این رابطه، متغیر  $x$  را به صورت  $d_1 + d_2 + d_3$  می‌توان نوشت که در این صورت رابطه خطی  $y = \Delta d_1 + d_2 + 2d_3$  را خواهیم داشت. کدام دسته از محدودیت‌ها برای تکمیل مدل‌سازی لازم است؟  
( $w_1, w_2 \in \{0, 1\}$ )



$$4w_1 \leq d_1 \leq 4$$

$$6w_2 \leq d_2 \leq 6 \quad (1)$$

$$0 \leq d_3 \leq 5w_2$$

$$4w_1 \leq d_1 \leq 4w_2$$

$$6w_2 \leq d_2 \leq 6 \quad (2)$$

$$5w_2 \leq d_3 \leq 5$$

$$0 \leq d_1 \leq 4w_1$$

$$6w_1 \leq d_2 \leq 6w_2 \quad (3)$$

$$0 \leq d_3 \leq 5w_2$$

$$4w_1 \leq d_1 \leq 4$$

$$6w_2 \leq d_2 \leq 6w_1 \quad (4)$$

$$0 \leq d_3 \leq 5w_2$$

۵- مدل بهینه‌سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\min z = c^T x$$

$$\text{s.t. } \|x\|_p \leq 1$$

$$x \in \mathbb{R}^n$$

که در آن تمامی  $c_1, \dots, c_n$  غیرصفر و  $\|x\|_p$  برای هر  $p > 0$  به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\|x\|_p = \left( \sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

اگر  $z^*(p)$  مقدار بهینه مدل فوق باشد، آنگاه این کمیت نسبت به  $p$  تابعی ..... است.

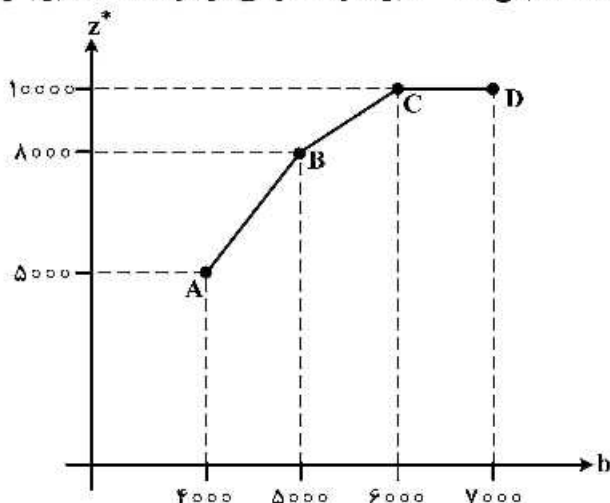
(۲) صعودی

(۱) نزولی

(۴) اکیداً صعودی

(۳) اکیداً نزولی

۶ در یک مدل برنامه ریزی خطی با تابع هدف بیشینه سازی، منحنی تغییرات مقدار بهینه تابع هدف  $z^*$  بر حسب مقدار سمت راست یک محدودیت نامساوی  $\leq$  که آن را  $b$  می نامیم، به صورت زیر نمایش داده شده است. قیمت سایه ای (shadow price) این محدودیت در بازه  $A$  تا  $D$  تابعی ..... بوده و مقدار آن در بازه  $B$  تا  $C$  برابر ..... است.



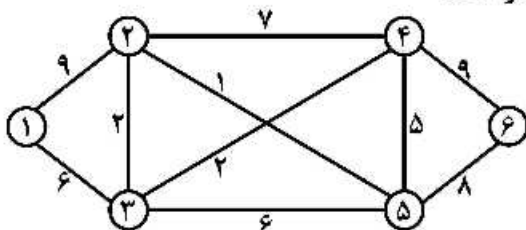
- (۱) غیرنزولی ، ۳
- (۲) غیرنزولی ، ۳۰۰۰
- (۳) غیرصعودی ، ۲
- (۴) غیرصعودی ، ۲۰۰۰

۷- جدول سیمپلکس مرتبط با یک مدل برنامه ریزی خطی بیشینه سازی با تابع هدف  $z = bx_1 + x_2 + 4x_3$  به صورت زیر است. جواب  $s_1, s_2, x_1, x_2, x_3$  متناظر با این جدول چه وضعیتی دارد؟

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	RHS
	۳	۱۰			۱	۰
	۰/۸	-۰/۲۵				۴
$z$	۹	$a$	۰	۰	۳	۱۶

- (۱) بهینه غیرتباهیده
- (۲) بهینه غیریکتا
- (۳) بهینه تباهیده
- (۴) غیربهینه تباهیده

۸- در شبکه زیر، گره ها نشان دهنده روستاهای یک منطقه جغرافیایی است و اعداد روی یال ها هزینه احداث جاده بین دو روستا (در صورت امکان) را نشان می دهد. هدف برقراری راه ارتباطی به صورت مستقیم یا غیرمستقیم بین تمام روستاهاست. حداقل سرمایه گذاری لازم برای این پروژه چقدر است؟



- (۱) ۲۳
- (۲) ۲۱
- (۳) ۱۹
- (۴) ۱۶

۹- چه تعداد از توابع زیر همواره محدب هستند؟

$$e^{ax} \quad (a \in \mathbb{R}) \quad x \in \mathbb{R}$$

$$x^{-a} \quad (a < 0) \quad x > 0$$

$$|x|^a \quad (a > 0) \quad x \in \mathbb{R}$$

$$x \log x \quad x > 0$$

$$\log x \quad x > 0$$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

- ۱۰- در يك مسیة حمل و نقل كه هزینه های ارسال کالا و سایر اطلاعات در جدول زیر داده شده است، به ازای چه مقادیری از  $\lambda$  جواب حاصل از روش گوشة شمال غربی بهینه است؟

عرضه \ مقصد \ مبدأ	۱	۲	۳	
۱	$5-\lambda$	۱۱	۹	۱۰
۲	۱۳	۷	۳	۲۰
۳	۲۱	۱۴	۶	۳۰
تقاضا	۲۵	۱۵	۲۰	

(۱)  $\lambda \leq 5$

(۲)  $\lambda \leq 8$

(۳)  $\lambda \geq -18$

(۴)  $\lambda \geq -12$

- ۱۱- اگر ماتریس  $A$  معین مثبت باشد، کدام گزینه صحیح نیست؟

(۱)  $A^k$  (عدد طبیعی دلخواه) معین مثبت است.

(۲) ماتریس  $B$  وجود دارد که  $A = B^T B$  است.

(۳) به ازای هر بردار  $x$ ،  $\Lambda + xx^T$  معین مثبت است.

(۴) بزرگترین درایه در هر سطر، روی قطر اصلی قرار دارد.

- ۱۲- در یک شرکت رنگ سازی هزینه آماده سازی دستگاه برای تهیه یک رنگ، بستگی به رنگ ساخته شده قبلی توسط آن دستگاه دارد. کمترین هزینه برای ساخت سه رنگ سیاه، قرمز و سفید چقدر است؟

هزینه ساخت

رنگ ساخته شده قبلی	رنگ سیاه	قرمز	سفید
هیچ کدام	۱۰	۸	۶
سیاه	—	۹	۸
قرمز	۱۳	—	۷
سفید	۱۱	۱۰	—
سیاه و قرمز	—	—	۱۱
سیاه و سفید	—	۱۲	—
قرمز و سفید	۱۴	—	—

(۱) ۲۹

(۲) ۳۲

(۳) ۳۰

(۴) ۲۷

- ۱۳- در کمینه سازی تابع  $f(x,y) = 4x^2 - 4xy + 2y^2$  با استفاده از روش گرادیان در یک تکرار در صورت شروع از

نقطه  $(2,3)^T$ ، چه میزان تابع هدف بهبود می یابد؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۱۲



۱۴- فرض کنید  $Z$  مقدار بهینه مدل زیر است:

$$P \quad \min z = f(x) \\ \text{s.t. } x \in S$$

که در آن  $x = (x_1, \dots, x_n)^T$  می باشد. همچنین فرض کنید  $w_k^*$  برای  $k = 1, \dots, n-1$  مقادیر بهینه مدل های زیر هستند:

$$L_k \quad \min w_k = x_k$$

$$(k \geq 2) \text{ s.t. } x \in S$$

$$f(x) = z^*$$

$$x_1 = w_1^*, \dots, x_{k-1} = w_{k-1}^*$$

$$L_1 \quad \min w_1 = x_1$$

$$\text{s.t. } x \in S$$

$$f(x) = z^*$$

آنگاه:

(۱) هر جواب بهینه مدل  $P$  برای همه مدل های  $L_k$  بهینه است.

(۲) هر جواب بهینه مدل  $P$  برای همه مدل های  $L_k$  لزوماً بهینه نیست.

(۳) جواب های بهینه مدل های  $P$  و  $L_k$  با هم هم پوشانی ندارند.

(۴) هر جواب بهینه مدل  $P$  حداقل برای یکی از  $L_k$  بهینه است.

۱۵- مدل برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\max \quad z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n e_{ij} x_j \leq d_i \quad i = m+1, \dots, q$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n.$$

فرض کنید  $y_i$  متغیر دوگان نظیر محدودیت  $i = 1, \dots, m$  و  $w_i$  متغیر دوگان نظیر محدودیت  $i = m+1, \dots, q$

باشد. همچنین در نظر بگیرید،  $x^*$  یک جواب بهینه برای مدل فوق است و  $y_i^*$  و  $w_i^*$  جواب های بهینه دوگان

متناظر هستند. برای کدام  $c'_j$ ، جواب  $x^*$  برای مدل زیر بهینه باقی می ماند؟

$$\max \quad z = \sum_{j=1}^n c'_j x_j$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n.$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=m+1}^q e_{ij} w_i^* \quad (2)$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^* \quad (1)$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^* + \sum_{i=m+1}^q e_{ij} w_i^* \quad (4)$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^* - \sum_{i=m+1}^q e_{ij} w_i^* \quad (3)$$



۱۶- برای سنجش توانایی استدلال منطقی، میانگین قدر مطلق انحرافها از میانه کدام است؟

- (۱) ۰
- (۲) ۲
- (۳)  $\frac{2}{9}$
- (۴)  $\frac{5}{9}$

۱۷- ۶ نفر به ترتیب وارد یک اتاق می‌شوند. احتمال اینکه فرد a بعد از فرد b (و نه حتماً بلافاصله) وارد شود، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$
- (۲)  $\frac{1}{3}$
- (۳)  $\frac{1}{4}$
- (۴)  $\frac{1}{6}$

۱۸- از ظرفی شامل ۴ توپ قرمز، ۲ توپ سفید و ۲ توپ آبی، ۴ توپ به تصادف و با جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که از هر رنگ حداقل یک توپ انتخاب شود، کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{8}$
- (۲)  $\frac{4}{7}$
- (۳)  $\frac{1}{32}$
- (۴)  $\frac{5}{32}$

۱۹- روی ۱۰ کارت اعداد ۱ تا ۱۰ نوشته شده و در یک ردیف و به تصادف چیده می‌شوند. به‌طور متوسط چند کارت حاوی اعداد زوج در جای خود قرار می‌گیرند؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$
- (۲)  $\frac{8}{20}$
- (۳)  $\frac{9}{20}$
- (۴)  $\frac{11}{20}$

۲۰- فرض کنید واریانس  $X - 2$  مساوی ۵ و متوسط (میانگین)  $\frac{1}{4}X + 2$  مساوی ۴ باشد، متوسط  $X^2 + X + 1$  کدام است؟

- (۱) ۶
- (۲) ۷
- (۳) ۲۴
- (۴) ۲۶



۲۱- یک پرسه، تا تخم می گذارد. فرض کنید  $Y \sim p(\lambda)$  هر تخم با احتمال  $p$  به یک جوجه زنده منجر می شود. اگر  $X$  تا از جوجه ها زنده بمانند، میانگین  $X$  کدام است؟

(۱)  $\lambda$

(۲)  $\lambda p$

(۳)  $\lambda + p$

(۴)  $\frac{\lambda p}{2}$

۲۲- فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی با تابع توزیع زیر است. مقدار  $E(X)$  کدام است؟

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ \frac{x}{4} & , 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2} & , 1 \leq x < 2 \\ \frac{x+3}{8} & , 2 \leq x < 3 \\ 1 & , x \geq 3 \end{cases}$$

(۲)  $\frac{15}{16}$

(۴)  $\frac{23}{16}$

(۱)  $\frac{7}{16}$

(۳)  $\frac{27}{16}$

۲۳- فرض کنید  $(X, Y)$  یک متغیر تصادفی نرمال با اطلاعات  $X \sim N(10, 12)$ ،  $Y \sim N(-5, 5)$  و  $\text{cov}(X, Y) = 4$  باشند. مقدار  $P(X + Y > 5)$  کدام است؟ ( $\Phi(\cdot)$  نمایانگر تابع توزیع نرمال استاندارد است.)

(۱)  $\Phi(0.5)$

(۲)  $1 - \Phi(0)$

(۳)  $2\Phi(0) - 1$

(۴)  $\frac{1}{2}(1 - \Phi(0))$

۲۴- فرض کنید متغیرهای تصادفی  $X \sim F(60, 1)$  و  $Y \sim t(60)$  داده شده اند؛ به طوری که در رابطه زیر صدق می کنند.

$$2P\{Y > 2\} = P\{X > 62.79\} = 0.1$$

مقدار  $P\{\frac{1}{X} < 4\}$ ، کدام است؟

(۱) ۰.۹۷۵

(۲) ۰.۹۹

(۳) ۰.۹۵

(۴) ۰.۷۵





۲۵- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $\text{Beta}(\theta, 1)$  با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآوردگر

ماکزیمم درستنمایی  $\frac{1}{\theta}$ ، کدام است؟  $\theta > 0, 0 < x < 1, F_\theta(x) = \theta x^{\theta-1}$

$$\frac{1}{n} \ln \left( \sum_{i=1}^n X_i \right) \quad (1)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln X_i \quad (2)$$

$$-\frac{1}{n} \ln \left( \sum_{i=1}^n X_i \right) \quad (3)$$

$$-\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln X_i \quad (4)$$

۲۶- تابع چگالی احتمال توأم متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  به صورت زیر است. مقدار  $p(X + Y \leq 1 | X \leq \frac{1}{4})$  کدام است؟

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 2x & , 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & , \text{سایر جاها} \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

۲۷- فرض کنید  $X \sim U(0, \theta)$  باشد. اگر بازه  $(0, kX)$  یک بازه اطمینان  $100(1-\alpha)\%$  برای  $\theta$  باشد، مقدار  $k$  کدام است؟

$$\frac{1}{\alpha} \quad (1)$$

$$\alpha \quad (2)$$

$$\frac{1}{1-\alpha} \quad (3)$$

$$1-\alpha \quad (4)$$

۲۸- یافته‌های زیر، خلاصه اطلاعات به دست آمده از دو نمونه تصادفی مستقل از دو جمعیت نرمال با واریانس‌های

یکسان هستند. برای آزمون برابری میانگین‌ها، مقدار آماره آزمون کدام است؟

$$n = 21, \bar{x} = 33, s_1 = 5$$

$$m = 31, \bar{y} = 35, s_2 = 4$$

$$\sqrt{\frac{15 \times 31}{7 \times 26}} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{31 \times 31}{5 \times 26}} \quad (4)$$

$$\sqrt{\frac{15 \times 21}{8 \times 26}} \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{5 \times 31}{7 \times 26}} \quad (3)$$



۲۹- فرض کنید  $X \sim \text{Bin}(5, p)$  باشد. برای آزمون  $H_0: p = \frac{1}{3}$  در مقابل  $H_1: p = \frac{2}{3}$ ، اگر ناحیه بحرانی به فرم  $X \geq k$  و  $x = 4$  مشاهده شود،  $-p$  مقدار (p-value) آزمون کدام است؟

(۱)  $\frac{11}{81}$

(۲)  $\frac{32}{81}$

(۳)  $\frac{11}{243}$

(۴)  $\frac{32}{243}$

۳۰- در یک مدل رگرسیون خطی ساده  $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ ،  $i = 1, 2, \dots, 10$ ، مقدار آماره آزمون از جدول آنالیز واریانس مدل برابر ۴ به دست آمده است. ضریب تعیین کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{3}$

(۲)  $\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{1}{4}$

(۴)  $\frac{3}{4}$

۳۱- ۵ نقطه تقاضا با وزن یکسان در شهر وجود دارد. می‌خواهیم یک مکان سرویس برای امداد جابایی کنیم. (با فرض فاصله مختصاتی) مکان بهینه کدام است؟ در صورتی که مختصات نقاط تقاضا به صورت زیر باشد:

$$\begin{cases} p_1 = (3, 2) & w_1 = 1 \\ p_2 = (6, 2) & w_2 = 1 \\ p_3 = (4, 4) & w_3 = 1 \\ p_4 = (8, 1) & w_4 = 1 \\ p_5 = (5, 7) & w_5 = 1 \end{cases}$$

(۲) جواب مسئله یک سطح مربع یا مستطیل است.

(۴) جواب مسئله یک نقطه است.

(۱) جواب مسئله یک پاره خط است.

(۳) جواب مسئله یک خط است.



۲. در روش تسهیل جدید که با یکدیگر در ارتباطند بین تسهیلات موجود مستقر شوند. اگر  $x_j$  بیانگر محل قرارگیری مختصه  $x$  تسهیل جدید  $j$ ام باشد و تابع هدف مسئله با در نظر گرفتن فاصله متعادل به صورت زیر نوشته شود:

$$F(x_1, x_2, x_3) = 5|x_1| + 3|x_1 - 4| + |x_2 - 3| + 6|x_2 - 6| + 2|x_2 - 10| + 2|x_3| + 3|x_3 - 10| + 4|x_1 - x_2| + 3|x_2 - x_3|$$

در صورتی که مختصه  $x$  تسهیلات جدید ۱ و ۳ به ترتیب بر روی ۳ و ۴ قرار گیرد  $(x_1 = 3, x_3 = 4)$ ، آنگاه مقدار بهینه  $x_2$  کدام گزینه است؟

(۱) ۳

(۲) ۵

(۳) ۸

(۴) ۱۰

۳۳- تابع هدف و محدودیت‌های مدل ریاضی **ABSMODEL I** که به منظور فرموله کردن مسئله طراحی استقرار تک ردیفه استفاده می‌شود، به صورت زیر است:

$$\min \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n c_{ij} f_{ij} |x_i - x_j|$$

$$\text{s.t.} : |x_i - x_j| \geq \frac{1}{\delta} (l_i + l_j) + d_{ij}, \forall i = 1, \dots, n-1, j = i+1, \dots, n$$

در یک مسئله‌ای با  $n$  تسهیل جدید، حداکثر تعداد متغیرهای تصمیم و محدودیت‌های مسئله **LMIP I** کدام گزینه است؟

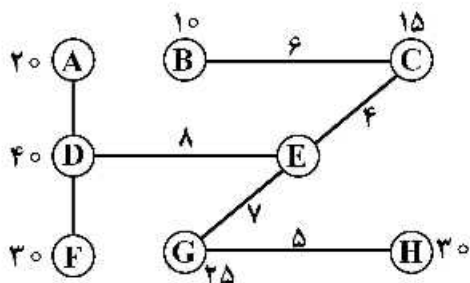
$$\binom{n}{2}, n \quad (1)$$

$$\binom{n}{2}, (n+2)\binom{n}{2} \quad (2)$$

$$2\binom{n}{2}, n + \binom{n}{2} \quad (3)$$

$$3\binom{n}{2}, (n+3)\binom{n}{2} \quad (4)$$

۳۴- در شبکه داده شده زیر، تقاضای گره  $E$  چند درصد تقاضای گره  $D$  باشد تا مسئله **median-1**، جواب بهینه چندگانه داشته باشد؟



(۱) ۱۰٪

(۲) ۲۵٪

(۳) ۵۰٪

(۴) ۱۰۰٪

۵- چسبیه در یک مسئله پوشش کامل مجموعه، ماتریس ضرایب به صورت زیر باشد، آنگاه با اعمال قواعد کاهش سطر و ستون جهت ساده سازی و حل مدل، ماتریس کاهش یافته چند در چند خواهد بود؟

	A	B	C	D	E	F
A	۱	۱	۱	۱	۰	۰
B	۱	۱	۱	۱	۱	۰
C	۱	۱	۱	۰	۱	۱
D	۱	۱	۰	۱	۱	۱
E	۰	۱	۱	۱	۱	۱
F	۰	۰	۱	۱	۱	۱

(۴)  $5 \times 5$

(۳)  $4 \times 4$

(۲)  $3 \times 3$

(۱)  $2 \times 2$

۳۶- با یک مدل جابه جایی تکی در حالت مجذور فاصله مستقیم (مجذور فاصله اقلیدسی) روبه رو هستیم. محل بهینه

استقرار ماشین جدید  $(\frac{4}{3}, \frac{8}{3})$  به دست آمده است. با توجه به وزن برابر بین ماشین جدید و ۳ ماشین موجود،

$x_3$  و  $y_3$  برابر با کدام یک از گزینه های زیر است؟ اگر ۳ ماشین موجود در نقاط:

$$P_1 = (2, 4), P_2 = (x_2, 4), P_3 = (2, y_3)$$

مستقر باشند.

$$(2) \quad x_2 = 1, y_2 = 1$$

$$(1) \quad x_2 = 0, y_2 = 0$$

$$(4) \quad x_2 = 2, y_2 = 4$$

$$(3) \quad x_2 = \frac{1}{2}, y_2 = 0$$

۳۷- به ترتیب با و بدون در نظر گرفتن خاصیت حکیمی (بهینگی بر روی گره) در حل یک مسئله میانه با ۳ تسهیل

(median - ۳) بر روی شبکه ای متشکل از ۲۰ یال و ۱۰ گره، تعداد کل جواب های بالقوه جهت جابجایی

تسهیلات برابر کدام است؟

$$(2) \quad 720 \text{ و } 120$$

$$(1) \quad 120 \text{ و } 720$$

$$(4) \quad \text{بی نهایت و } 120$$

$$(3) \quad 120 \text{ و بی نهایت}$$

۳۸- چنانچه فرمولاسیون ریاضی مسئله پوشش مجموعه به صورت زیر نوشته شود:

$$\min \sum_{j \in J} y_j$$

$$\text{s.t.: } \sum_{j \in J} a_{ij} y_j \geq 1 \quad \forall i \in I$$

$$y_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J$$

دو ستون  $i$  و  $k$  را در نظر بگیریم که در آن به ازای کلیه مقادیر  $i \in I$  داشته باشیم  $a_{ik} \leq a_{il}$  و برای حداقل یکی

از آن ها رابطه  $a_{ik} < a_{il}$  برقرار باشد. همچنین دو محدودیت  $m$  و  $n$  را داشته باشیم به نحوی که به ازای کلیه نقاط

$j \in J$  رابطه  $a_{mj} \leq a_{nj}$  برقرار باشد و برای حداقل یکی از نقاط  $j \in J$ ،  $a_{mj} < a_{nj}$  باشد. آنگاه کدام یک از

محدودیت ها را می توان حذف نمود و مقدار کدام یک از متغیرهای تصمیم در جواب بهینه برابر صفر خواهد شد؟

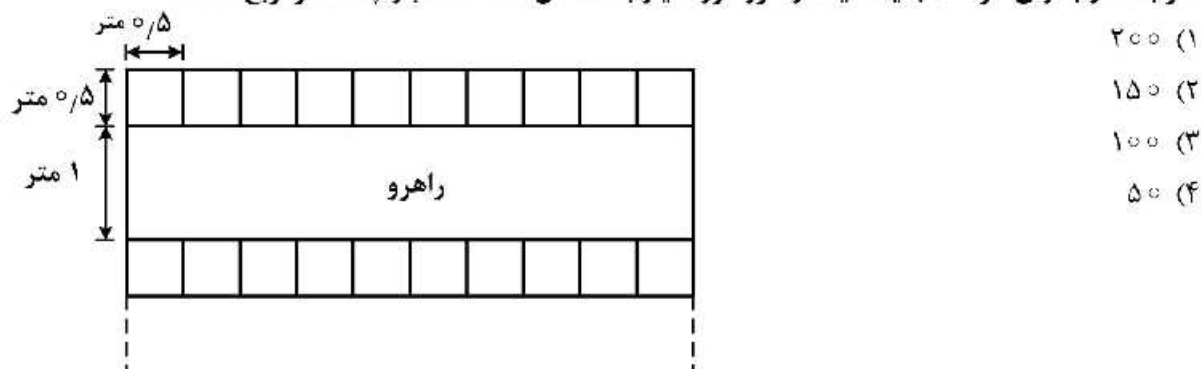
$$(2) \quad \text{محدودیت } m \text{ و متغیر } y_l$$

$$(1) \quad \text{محدودیت } m \text{ و متغیر } y_k$$

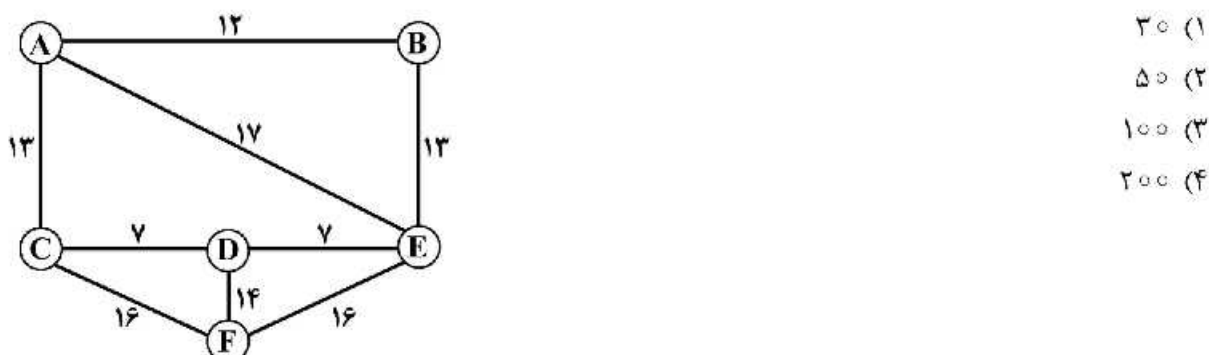
$$(4) \quad \text{محدودیت } n \text{ و متغیر } y_l$$

$$(3) \quad \text{محدودیت } n \text{ و متغیر } y_k$$

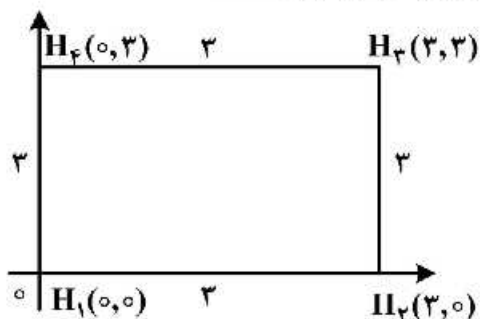
۳۹- قرار است ۴۸۰۰۰ عدد لیوان (حداکثر مقدار موجودی) در کارتن‌هایی با ظرفیت ۴۸ عدد در انباری مطابق شکل زیر نگهداری شود. اگر بتوان هر ۵ کارتن را روی هم چید و مساحت هر کارتن  $۰/۵ \times ۰/۵$  متر و عرض راهروها یک متر باشد و به ازای هر ۱۰ جایگاه یک راهرو مورد نیاز باشد، کل مساحت انبار چند مترمربع است؟



۴۰- یک ناحیه جغرافیایی متشکل از ۶ مرکز جمعیتی مفروض است که در شکل زیر راه‌های ارتباطی آن‌ها به همراه فواصل بین‌شان داده شده است. هدف پوشش‌دهی به کلیه نقاط تقاضا با توجه به فاصله پوشش ۱۵ واحدی است. در صورتی که فاصله پوشش ۳۰٪ کاهش یابد، تعداد تسهیلات مورد نیاز چند درصد افزایش خواهد یافت؟



۴۱- در رأس یک مربع به طول ۳ متر چهار ماشین موجود در نقاط  $H_1$  الی  $H_4$  مستقرند. چنانچه ماشین جدیدی بین ماشین‌های موجود با دو مدل مجذور فاصله مستقیم و مدل خطی شکسته (متعامد) جایابی شود، نقطه بهینه کدام است؟ شدت جاذبه (وزن) بین ماشین‌های موجود با ماشین جدید به ترتیب ۱ و ۲ و ۳ و ۴ است.



(۱) مجذور  $(x^* = 1/5, y^* = 2/1)$  و خطی شکسته  $(x^* = 0, y^* = 3)$  است.

(۲) با توجه به شرایط مسئله در هر دو حالت برابر با  $(x^* = 1/5, y^* = 1/5)$  است.

(۳) مجذور  $(x^* = 3, y^* = 3)$  و خطی شکسته  $(x^* = 0, y^* = 1/5)$  است.

(۴) مجذور  $(x^* = 3, y^* = 2/1)$  و خطی شکسته  $(x^* = 0, y^* = 1/5)$  است.



۱۲- سس مسطحه جمعیتی در مکان‌های  $P_1(9,18)$ ,  $P_2(9,13)$ ,  $P_3(14,15)$ ,  $P_4(15,15)$  و  $P_5(10,7)$ ,  $P_6(16,6)$  استقرار دارند. هر ۶ نقطه جمعیتی از اهمیت یکسانی برخوردارند. قرار است یک واحد آتش‌نشانی این ۶ منطقه را پوشش دهد. اگر فاصله متعامد در نظر گرفته شود، برای این که مجموعه تراز  $S(k)$  وجود داشته باشد (غیر تهی شود) حداقل مقدار  $k$  کدام است؟

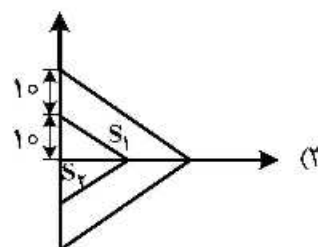
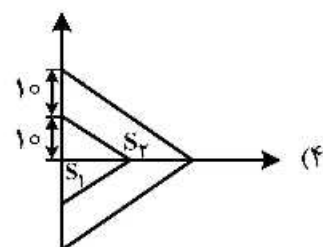
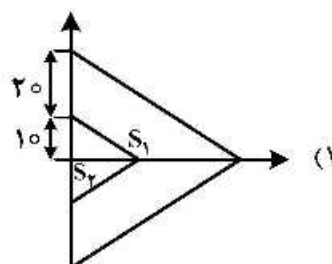
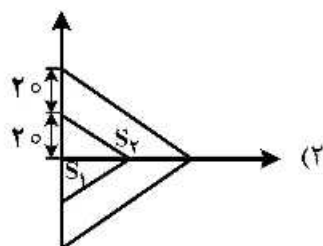
(۱) ۶/۵

(۲) ۸

(۳) ۹/۵

(۴) ۱۰

۴۳- چیدمان انباری ناحیه  $L$  از اجتماع ربع اول و چهارم دستگاه مختصات به دست آمده و یک بارانداز در مبدأ دارد. قرار است دو قلم کالا با مساحت  $A_1=100$  و  $A_2=300$  انبارش شوند. اگر  $w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ، و انبارش کالاها به صورت پیوسته انجام شود، نحوه چیدمان بهینه، کدام است؟ (فواصل متعامد در نظر گرفته شود)



۴۴- تسهیلات  $P_i$  ( $i=1, \dots, 10$ ,  $w_i=i$ ) در سطح کارگاهی مستقر شده‌اند. نقطه  $\bar{P}$  به عنوان نقطه‌ای است که از روش مرکز ثقل به عنوان مکان بهینه برای قرار گیری تسهیل جدید در میان تسهیلات موجود تعیین شده است. چنانچه از نقطه  $\bar{P}$  با شیب  $\frac{2}{3}$  به سمت بالا حرکت داشته باشیم و سایه این حرکت بر روی محور  $x$ ها برابر ۱۵ واحد باشد، چه میزان تغییر در مقدار تابع هدف خواهیم داشت؟

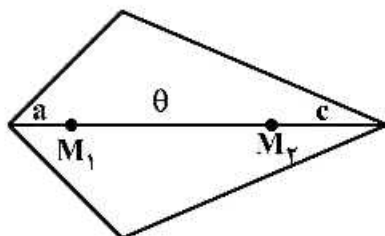
(۱) ۱۷۵۷۸

(۲) ۱۷۸۷۵

(۳) ۱۸۷۵۵

(۴) ۱۸۷۸۵

۵- فرض کنید تحت شرایط فاصله متعامد، دو تسهیل  $M_1$  و  $M_2$  در یک راستا و در فاصله  $\theta$  از یکدیگر قرار گرفته‌اند. وزن تسهیل  $M_1$  بیشتر از  $M_2$  بوده و اختلاف اوزان این تسهیلات برابر  $\Delta$  فرض می‌شود. با توجه به شکل زیر که مبین خط تراز به‌ازای هزینه  $Z_0$  می‌باشد، کدام گزینه صحیح است؟

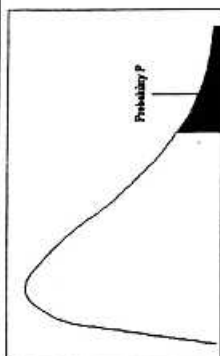


$$(w_1 - w_2)(a - c) = \Delta \theta \quad (1)$$

$$(w_1 + w_2)(a - c) = (w_1 + w_2)\theta \quad (2)$$

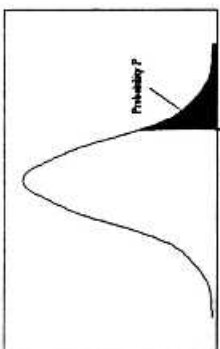
$$(w_1 - w_2) + (w_1 - w_2)c = \Delta \theta \quad (3)$$

$$(w_1 + w_2)a - (w_1 + w_2)c = \Delta \theta \quad (4)$$



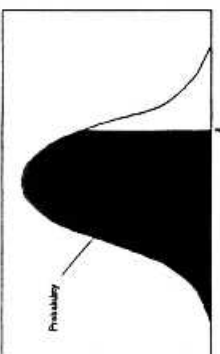
مقلدیر بحرانی توزیع مربع کا

dfn	.995	.990	.975	.950	.050	.025	.010	.005
1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	3.8414	5.0238	6.6349	7.879
2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	5.9914	7.3777	9.2103	10.596
3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	7.8147	9.3484	11.344	12.838
4	0.206	0.2971	0.4834	0.7107	9.4877	11.143	13.276	14.860
5	0.411	0.5543	0.8312	1.1454	11.070	12.832	15.086	16.749
6	0.675	0.8720	1.2373	1.6353	12.591	14.449	16.811	18.547
7	0.989	1.2390	1.6898	2.1673	14.067	16.012	18.475	20.277
8	1.344	1.6465	2.1797	2.7326	15.507	17.534	20.090	21.954
9	1.734	2.0879	2.7003	3.3251	16.918	19.022	21.665	23.589
10	2.155	2.5582	3.2469	3.9403	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.0534	3.8157	4.5748	19.675	21.920	24.724	26.756
12	3.073	3.5705	4.4037	5.2260	21.026	23.336	26.216	28.299
13	3.565	4.1069	5.0087	5.8918	22.362	24.735	27.688	29.819
14	4.074	4.6604	5.6287	6.5706	23.684	26.118	29.141	31.319
15	4.600	5.2293	6.2621	7.2609	24.995	27.488	30.577	32.801
16	5.142	5.8122	6.9076	7.9616	26.296	28.845	31.999	34.267
17	5.697	6.4077	7.5641	8.6717	27.587	30.191	33.408	35.718
18	6.264	7.0149	8.2307	9.3904	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.843	7.6327	8.9065	10.117	30.143	32.852	36.190	38.582
20	7.433	8.2604	9.5907	10.850	31.410	34.169	37.566	39.996
21	8.033	8.8972	10.282	11.591	32.670	35.478	38.932	41.401
22	8.642	9.5424	10.982	12.338	33.924	36.780	40.289	42.795
23	9.260	10.195	11.688	13.090	35.172	38.075	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	36.415	39.364	42.979	45.558
25	10.52	11.523	13.119	14.611	37.652	40.646	44.314	46.927
26	11.16	12.198	13.843	15.379	38.885	41.923	45.641	48.289
27	11.80	12.878	14.573	16.151	40.113	43.194	46.962	49.644
28	12.46	13.564	15.307	16.927	41.337	44.460	48.278	50.993
29	13.12	14.256	16.047	17.708	42.556	45.722	49.587	52.335
30	13.78	14.953	16.790	18.492	43.772	46.979	50.892	53.671



مقلاڊير بحراني توزيع !

df	.10	.05	.025	.01	.005
1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756



مسطح زیر منحنی نرمال استناد دارد

[illegible]

به اطلاع می‌رساند، کلید اولیه سوالات که در این سایت قرار گرفته است، غیر قابل استناد است و پس از دریافت نظرات داوطلبان و صاحب نظران کلید نهایی سوالات تهیه و بر اساس آن کارنامه داوطلبان استخراج خواهد شد. در صورت تمایل می‌توانید حداکثر تا تاریخ 1399/05/14 با مراجعه به سامانه پاسخگویی اینترنتی (request.sanjesh.org) نسبت به تکمیل فرم "اعتراض به کلید سوالات"/"آزمون دکتری سال 1399" اقدام نمایید. لازم به ذکر است نظرات داوطلبان فقط تا تاریخ مذکور و از طریق فرم ذکر شده دریافت خواهد شد و به موارد ارسالی از طریق دیگر (نامه مکتوب یا فرم عمومی در سامانه پاسخگویی و ...) با پس از تاریخ اعلام شده رسیدگی نخواهد شد.



عنوان دفترچه	نوع دفترچه	شماره پاسخنامه	گروه امتحانی
مهندسی صنایع	E	1	مهندسی و فنی

گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال
1	31	1	1
2	32	2	2
4	33	4	3
2	34	2	4
3	35	3	5
1	36	1	6
3	37	3	7
4	38	4	8
2	39	2	9
3	40	3	10
1	41	1	11
3	42	3	12
4	43	4	13
2	44	2	14
4	45	4	15
			16
			17
			18
			19
			20
			21
			22
			23
			24
			25
			26
			27
			28
			29
			30

خروج