

523

A



آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - سال ۱۴۰۰

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه

۹۹/۱۲/۱۵



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»

امام خمینی (ره)

رشته مهندسی صنایع - (کد ۲۳۵۰)

مدت پاسخ گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: - تحقیق در عملیات (۲۰۱) - تئوری احتمالات و آمار مهندسی - طراحی سیستم های صنعتی	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

مدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- صفحه شطرنجی 4×4 به شکل زیر را در نظر بگیرید. فرض کنید ۱۶ گوی داریم که ۱۰ تای آنها سیاه و ۶ تای باقی مانده سفید هستند. صفحه شطرنجی دارای ۴ سطر، ۴ ستون، یک قطر اصلی و یک قطر فرعی است. می‌خواهیم به نحوی گوی‌ها را روی صفحه بچینیم که تعداد سطر یا ستون یا قطرهای هم‌رنگ حداقل باشد. متغیر تصمیم صفرویک x_{ij} را به این شکل تعریف کنید که اگر در خانه‌ی سطر i و ستون j گوی سیاه قرار گیرد مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر بگیرد. متغیر صفرویک d_i را برابر ۱ تعریف کنید در صورتی که سطر i هم‌رنگ شود همچنین متغیر صفرویک d_j را برابر ۱ تعریف کنید اگر ستون j هم‌رنگ شود. به‌طور مشابه متغیرهای صفرویک d_1 و d_4 را متناظر قطر اصلی و فرعی تعریف کنید. (سطر هم‌رنگ سطری است که همه گوی‌های آن هم‌رنگ باشند). چه ارتباطی باید بین متغیرهای x_{ij} و d_1 (متغیر صفرویک مرتبط با قطر اصلی) وجود داشته باشد؟

	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
$i=1$				
$i=2$				
$i=3$				
$i=4$				

$$\begin{cases} x_{11} + x_{22} + x_{33} + x_{44} - 2d_1 \leq 2 \\ x_{11} + x_{22} + x_{33} + x_{44} + d_1 \geq 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{22} + x_{33} + x_{44} - d_1 \leq 3 \\ x_{11} + x_{22} + x_{33} + x_{44} + d_1 \geq 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{22} + x_{33} + x_{44} \geq 5 - 3d_1 \\ x_{11} + x_{22} + x_{33} + x_{44} \geq 1 - d_1 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} d_1 \geq x_{11} + x_{22} + x_{33} + x_{44} - 3 \\ 4d_1 \geq 1 + x_{11} + x_{22} + x_{33} + x_{44} \end{cases} \quad (4)$$

سیمپلکس برای یک مدل برنامه ریزی خطی به شکل زیر است:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
z	۳	۰	۰	۲	۰	۵	
x_3	a	۰	۱	۵	۰	۳	۱۰۰
x_2	-۱	۱	۰	-۲	b	۱	۴۰
x_5	۴	۰	۰	-۳	c	-۴	۱۵

x_5 ، x_6 و متغیرهای لقی (slack variables) برای محدودیت‌های کوچکتر و مساوی هستند. به منظور حفظ بهینگی این جدول دامنه تغییرات مجاز مقادیر سمت راست محدودیت اول و دوم برابر کدام است؟

$$(۱) \quad \Delta_2 \geq -۱۵, -۵ \leq \Delta_1 \leq ۲۰$$

$$(۲) \quad \Delta_2 \geq -۱۵, -۲۰ \leq \Delta_1 \leq ۵$$

$$(۳) \quad ۰ \leq \Delta_2 \leq ۱۵, -۵ \leq \Delta_1 \leq ۲۰$$

$$(۴) \quad ۰ \leq \Delta_2 \leq ۱۵, -۲۰ \leq \Delta_1 \leq ۵$$

۳- فرض کنید A_1 ، ماتریس ضرایب محدودیت‌ها در مدل بهینه‌سازی مسئله حمل و نقل با m مبدأ و n مقصد باشد. همچنین A_2 ماتریس ضرایب محدودیت‌ها در مدل بهینه‌سازی مسئله تخصیص n فرد به n کار باشد. اگر d_1 و d_2 به ترتیب بیانگر چگالی ماتریس‌های A_1 و A_2 باشند، نسبت d_1 به d_2 چه مقداری است؟ (چگالی یک ماتریس عبارت است از نسبت تعداد عناصر غیر صفر آن ماتریس به تعداد کل عناصر آن)

$$(۱) \quad \frac{n}{2(m+n)}$$

$$(۲) \quad \frac{n}{(m+n)^2}$$

$$(۳) \quad \frac{n^2}{m+n}$$

$$(۴) \quad \frac{2n}{m+n}$$

۴- مدل زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = \max \{ |2x_1 - 3x_2 - x_3|, |x_1 - x_2 - x_3| \} \\ \text{s.t.} \quad & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

در مورد این مدل کدام گزینه صحیح است؟

(۱) یک مدل برنامه ریزی محدب است.

(۲) فقط با کمک متغیرهای صفرویک می‌توان مدل را به صورت خطی درآورد.

(۳) با افزودن حداقل ۳ متغیر و ۶ محدودیت جدید قابل تبدیل به یک مدل برنامه ریزی خطی است.

(۴) با افزودن حداقل ۲ متغیر و ۴ محدودیت جدید قابل تبدیل به یک مدل برنامه ریزی خطی است.

لکس برای حل یک مدل کمینه سازی خطی را در نظر بگیرید (R_1 و R_2 متغیرهای مصنوعی هستند و M یک عدد مثبت به اندازه کافی بزرگ است).

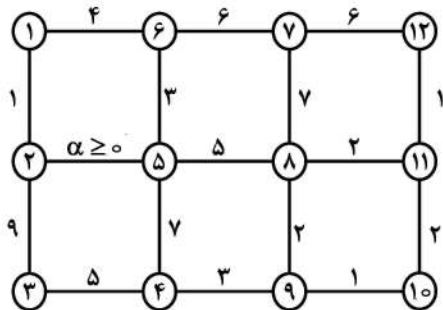
	x_1	x_2	x_3	x_4	R_1	R_2	
z	۰	۰	۰	۱	$-M-2$	$-M-1$	-۳
x_1	۱	-۱	۰	-۱	۲	۱	۳
x_3	۰	۰	۱	-۱	۱	۱	۲

آنگاه مدل:

(۱) در جهت $(1, 1, 2, 2)^T$ بی کران است. (۲) در جهت $(5, 2, 3, 3)^T$ بی کران است.

(۳) جواب بهینه چندگانه دارد. (۴) جواب موجه ندارد.

۶- گراف زیر را در نظر بگیرید که در آن اعداد روی یال بیانگر طول یالهاست:



درخت فراگیری را در این گراف لحاظ کنید که دارای کمترین مقدار مجموع طول یالهاست. این مقدار بهینه

(۱) برای $\alpha \geq 3$ ، ثابت است. (۲) برای $\alpha \geq 4$ ، ثابت است.

(۳) برای $\alpha \geq 3$ ، حداکثر ۳۳ است. (۴) برای $\alpha \leq 4$ ، حداقل ۳۰ است.

۷- مدل بهینه سازی زیر را در نظر بگیرید:

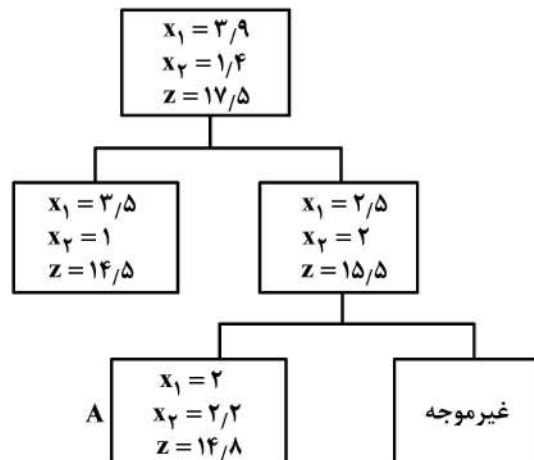
$$\max z = 3x_1 + 4x_2$$

$$\text{s.t. } 2x_1 + 5x_2 \leq 15$$

$$2x_1 - 2x_2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ عدد صحیح و}$$

بخشی از درخت حل این مدل به روش شاخه و کران به شکل زیر است. مجموع مقادیر کران بالا در گره های منشعب



از گره A، چه میزان است؟

(۱) ۲۸/۵

(۲) ۲۸

(۳) ۲۶/۵

(۴) ۲۶

$$\min z = -12x_1 - 3x_1^2 + 2x_1^3 - 12x_2 + x_2^3$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 + x_2 \geq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

به دنبال حل این مدل با روش برنامه ریزی پویای روبه عقب هستیم. مقدار بهینه متغیر تصمیم مرحله دوم (x_2) براساس متغیر حالت مرحله دوم (s_2) کدام است؟ (s_i حداقل x_i در هر مرحله)

$$(1) \quad x_2^* = s_2, s_2 \geq 0 \text{ به ازای}$$

$$(2) \quad x_2^* = 2, s_2 \geq 0 \text{ به ازای}$$

$$(3) \quad x_2^* = s_2, 2 \leq s_2 \text{ و } x_2^* = 2, 0 \leq s_2 \leq 2 \text{ به ازای}$$

$$(4) \quad x_2^* = 2, 2 \leq s_2 \text{ و } x_2^* = s_2, 0 \leq s_2 \leq 2 \text{ به ازای}$$

۹- در حل مدل بهینه سازی زیر با استفاده از شرایط KKT، ضریب لاگرانژ متناظر با محدودیت مدل چه مقدار است؟

$$\min z = x_1^2 - 8x_1 + x_2^2 - 2x_2$$

$$\text{s.t.} \quad -x_1 - 3x_2 \geq -8$$

$$(1) \quad -\frac{1}{2}$$

$$(3) \quad -\frac{1}{5}$$

$$(4) \quad \frac{1}{5}$$

۱۰- می دانیم که اگر الگوریتم سیمپلکس را برای مدل زیر

$$P \quad \min z = c^T x$$

$$\text{s.t.} \quad Ax = b$$

$$x \geq 0$$

استفاده کنیم دچار دور تباهدگی می شود. مدل P' را همین مدل در نظر بگیرید که در آن b با b' جایگزین شده است به طوری که: $b'_1 = b_1 + \varepsilon_1$ و $b'_2 = b_2 + \varepsilon_2, \dots, b'_m = b_m + \varepsilon_m$. الگوریتم سیمپلکس در حل مدل P' دچار دور نمی شود وقتی که:

$$(1) \quad \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m \text{ مقادیر مثبت کوچکتر از } 1 \text{ داشته باشند.}$$

$$(2) \quad \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m \text{ مقادیر مثبت داشته باشند.}$$

$$(3) \quad \varepsilon_1 = \varepsilon, \varepsilon_2 = \varepsilon^2, \dots, \varepsilon_m = \varepsilon^m \text{ به ازای } \varepsilon \text{ بسیار کوچک مثبت.}$$

$$(4) \quad \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m \text{ مقادیری متفاوت داشته باشند.}$$

۱۱- مدل بهینه سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\max z = \frac{1}{2} x^T Q x + b^T x + c$$

$$\text{s.t.} \quad Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

که در آن تمامی مقادیر ویژه ماتریس متقارن Q مثبت است و می دانیم مدل فوق دارای جواب بهینه است. جواب های بهینه این مدل همواره (نقاط فرین extreme points)

(۱) یکتا هستند. (۲) نقاط فرین فضای موجه هستند.

(۳) نقاط مرزی فضای موجه که لزوماً فرین نیستند. (۴) تشکیل یک مجموعه محدب می دهند.

۲. نمای ترسیمی آن را در نظر بگیرید. بزرگ ترین بازه ای که مقدار سمت راست محدودیت اول می تواند از آن انتخاب شود به طوری که هیچ یک از محدودیت های مدل زاید نباشند، کدام است؟

$$\max \quad z = 2x_1 + 3x_2$$

$$\text{s.t.} \quad 3x_1 + 6x_2 \leq 12$$

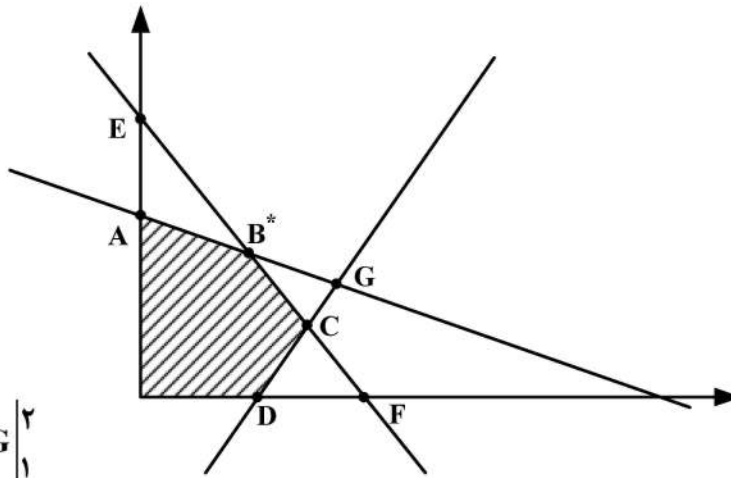
$$2x_1 + x_2 \leq 3$$

$$x_1 - x_2 \leq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$A \begin{vmatrix} 0 \\ 2 \end{vmatrix} \quad B^* \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \\ 3 \end{vmatrix} \quad C \begin{vmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \end{vmatrix}$$

$$D \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} \quad E \begin{vmatrix} 0 \\ 3 \end{vmatrix} \quad F \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{vmatrix} \quad G \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix}$$



$$(1) \quad (3, 12)$$

$$(2) \quad (6, 12)$$

$$(3) \quad (3, 18)$$

$$(4) \quad (6, 18)$$

۱۳- تابع زیر را در نظر بگیرید:

$$f^*(y) = \sup_{x \in \mathbb{R}^n} \{x^T y - f(x)\}$$

که در آن $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ یک تابع داده شده است. آن گاه، تابع f^* :

(۲) همواره مقعر است.

(۱) همواره محدب است.

(۴) محدب است اگر و فقط اگر f محدب باشد.

(۳) محدب است تنها اگر f محدب باشد.

۱۴- دوگان مدل بهینه سازی زیر با فرض $A^T + A = 0$ ، معادل کدام مدل می شود؟

$$\min \quad z = c^T x$$

$$\text{s.t.} \quad Ax \leq c$$

$$x \geq 0$$

$$\max \quad c^T x$$

$$\text{s.t.} \quad A^T x \geq c \quad (2)$$

$$x \leq 0$$

$$\min \quad c^T x$$

$$\text{s.t.} \quad A^T x \leq c \quad (1)$$

$$x \geq 0$$

$$\max \quad c^T x$$

$$\text{s.t.} \quad Ax \geq -c \quad (4)$$

$$x \geq 0$$

$$\min \quad c^T x$$

$$\text{s.t.} \quad Ax \leq c \quad (3)$$

$$x \geq 0$$



۵. قادیر سمت راست دچار تغییر شوند لکن این تغییر منتج به تغییر پایه بهینه فعلی در مدل اولیه

برنامه ریزی خطی استاندارد نشود، آنگاه:

- (۱) پایه بهینه دوگان تغییر می کند.
(۲) مقدار بهینه تابع هدف دوگان بهبود می یابد.
(۳) جواب بهینه دوگان، بهینه باقی می ماند.
(۴) اظهار نظر قطعی نمی توان نمود.

۱۶- تابع چگالی احتمال (pdf) متغیر تصادفی X به صورت $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & \theta > x > 0 \\ 0, & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$ است. برآورد به روش

ماکزیمم درستنمایی (MLE)، $P(X \leq 2)$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2} - e^{-\frac{2}{x}}$

(۲) $1 - e^{-\frac{2}{x}}$

(۳) $e^{-\frac{2}{x}}$

(۴) $\frac{1}{2} e^{-\frac{2}{x}}$

۱۷- با فرض آن که $X \sim N(\mu = 1, \sigma^2 = 4)$ باشد، احتمال $P(1 < X^2 < 9)$ ، کدام است؟

(۱) 0.4772

(۲) 0.4992

(۳) 0.9552

(۴) 0.9772

۱۸- تابع توزیع تجمعی (CDF) متغیر تصادفی X به صورت $F_X(x) = 1 - \frac{1}{x^2}, x > 1$ است. در این صورت $E(\sqrt{X})$ ،

کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) 2

۹. یک متغیر تصادفی با تابع توزیع تجمعی (CDF) زیر باشد. مقدار $(E(X), V(X))$ ، کدام است؟

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{3}x & 0 \leq x < 1 \\ 1 + \frac{2}{3}(x-2) & 1 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

$$\left(\frac{6}{7}, \frac{11}{36}\right) \quad (2)$$

$$\left(\frac{7}{6}, \frac{13}{36}\right) \quad (1)$$

$$\left(\frac{7}{6}, \frac{11}{36}\right) \quad (4)$$

$$\left(\frac{6}{7}, \frac{13}{36}\right) \quad (3)$$

۲۰. فرض کنید X_1, \dots, X_{81} یک نمونه تصادفی از توزیعی با میانگین ۵ و واریانس ۴ باشد. مقدار تقریبی

$$P\left(\sum_{i=1}^{81} X_i > 369\right) \text{، کدام است؟}$$

$$0.90 \quad (1)$$

$$0.95 \quad (2)$$

$$0.975 \quad (3)$$

$$0.9772 \quad (4)$$

۲۱. میانگین متغیر تصادفی X برابر ۳ است. چنانچه متغیر تصادفی $Y = X - 1$ دارای واریانس ۹ باشد، مقدار

$$E[(X+1)^2] \text{، کدام است؟}$$

$$16 \quad (1)$$

$$24 \quad (2)$$

$$25 \quad (3)$$

$$27 \quad (4)$$

۲۲. فرض کنید X یک متغیر تصادفی گسسته با تابع توزیع (CDF) به صورت زیر باشد:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{3} & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x < \infty \end{cases}$$

تابع جرم (چگالی) احتمال (pmf) متغیر تصادفی X ، کدام است؟

$$P(i) = 0, i \geq 2 \text{ و } P(1) = \frac{1}{3}, P(0) = \frac{2}{3} \quad (1)$$

$$P(i) = 0, i \geq 2 \text{ و } P(1) = \frac{2}{3}, P(0) = \frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} P(i) = \frac{2}{3}, P(0) = \frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} P(i) = \frac{1}{3}, P(0) = \frac{2}{3} \quad (4)$$



۳. یک آزمایش با نتیجه ۰ یا ۱ سه بار و به طور مستقل تکرار شود. چنانچه X متغیر تصادفی نمایشگر تعداد ۱ در سه آزمایش باشد و $E[X] = 2/4$ فرض شود، در این صورت احتمال این که در تکرار دوم نتیجه ۰ باشد، چقدر است؟

- (۱) $2/2$
- (۲) $3/3$
- (۳) $5/5$
- (۴) $8/8$

۲۴- زمان دریافت محصول سفارش داده شده از تولیدکننده دارای توزیع گاما به میانگین ۱۲ روز و واریانس ۴۸ روز مربع است. احتمال آن که محصول سفارش داده شده در زمانی کمتر از ۸ روز دریافت شود، چقدر است؟

- (۱) $1 - 5e^{-2}$
- (۲) $\frac{1}{2} - 5e^{-2}$
- (۳) $1 - 3e^{-2}$
- (۴) $\frac{1}{2} - 3e^{-2}$

۲۵- متغیر تصادفی X دارای توزیع یکنواخت $(0, \theta)$ است. براساس نمونه‌ای تصادفی به اندازه n پارامتر θ به روش گشتاور (MME) برآورد می‌شود. برآورد θ کدام است؟

- (۱) \bar{X}
- (۲) $2\bar{X}$
- (۳) $\frac{n}{n+1} \bar{X}$
- (۴) آماره ترتیبی n ام

۲۶- متغیر تصادفی Z دارای توزیع نرمال استاندارد است. نمونه‌ای تصادفی به اندازه n از این توزیع انتخاب می‌شود و

متغیر تصادفی $Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2$ تعریف می‌شود. توزیع نمونه‌ای متغیر تصادفی Y کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{n} \chi^2(n)$
- (۲) $n \chi^2(n)$
- (۳) $n \chi^2(n-1)$
- (۴) $\frac{1}{n} \chi^2(n-1)$



۷ $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu_1)$ و $Y_1, \dots, Y_n \sim N(\mu_1 + \mu_2, \sigma^2)$ باشند. برآوردکننده ماکزیمم درستنمایی

پارامتر μ_2 بر اساس هر دو نمونه کدام است؟

(۱) $\frac{2\sum y_i - \sum x_i}{2n}$

(۲) $\frac{2\sum y_i - \sum x_i}{n}$

(۳) $\frac{\sum y_i - \sum x_i}{n}$

(۴) $\frac{\sum y_i}{n}$

۲۸- در یک مدل رگرسیونی خطی ساده $Y = \alpha + \beta x + \varepsilon$ ، خلاصه اطلاعات زیر براساس یک نمونه ۲۰ تایی حاصل

شده است. گزینه صحیح برای $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ کدام است؟

$\sum x_i = 35$ $\sum y_i = 48$ $\sum x_i y_i = 960$ $\sum x_i^2 = 680$ $\sum y_i^2 = 1348$

(۱) $(0.5, 1)$

(۲) $(-0.5, 1)$

(۳) $(0.5, 1/4)$

(۴) $(-0.5, 1/4)$

۲۹- چنانچه متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس ۹ باشد، در این صورت میانگین متغیر تصادفی

$Y = X^2(X+1)$ ، کدام است؟

(۱) ۳

(۲) ۹

(۳) ۱۲

(۴) ۱۶

۳۰- چنانچه زمان مکالمه در تلفن‌های عمومی (برحسب دقیقه) یک متغیر تصادفی با تابع چگالی احتمال (pdf) زیر

باشد، احتمال این که مدت زمان مکالمه شخصی بیشتر از ۹ دقیقه باشد، کدام است؟

$f(x) = Ae^{-\frac{x}{3}}$, $x > 0$, $A > 0$

(۱) Ae^{-3}

(۲) $1 - Ae^{-3}$

(۳) e^{-3}

(۴) $1 - e^{-3}$

۳۱- اگر در فرایند مکان‌یابی - تخصیص، ۳ وسیله جدید و ۴ وسیله موجود داشته باشیم، تعداد ترکیب‌های z_{ij} که باید

بررسی شود، کدام است؟

(۴) ۱۰

(۳) ۸

(۲) ۷

(۱) ۶

دم هم پوشانی در مدل «ABSMODEL2» کدام است؟

$$|x_i - x_j| \geq \left(\frac{\ell_i + \ell_j}{2}\right) + s_{ij} \quad (۱)$$

$$|x_i - x_j| + |y_i - y_j| \geq 1 \quad (۲)$$

$$|y_i - y_j| + M(1 - z_{ij}) \geq \left(\frac{b_i + b_j}{2}\right) + dv_{ij} \quad (۳)$$

$$|x_i - x_j| + Mz_{ij} \geq \left(\frac{\ell_i + \ell_j}{2}\right) + dh_{ij} \quad (۴)$$

۳۳- گزینه نادرست کدام است؟

الف - از الگوریتم Weiszfeld برای حل مسائل مکان یابی تک وسیله ای با فاصله اقلیدسی استفاده می شود.

ب - از الگوریتم Elzinga & Hearn برای حل مسائل پوشش دایره ای از همه انواع می توان استفاده کرد.

ج - برای حل مسئله پوشش کلی (SCLP) می توان از رویه حل ترگاس استفاده کرد.

د - روش VNZ یکی از روش های ابتکاری در حل مسئله QAP است.

(۱) ج (۲) ب (۳) ب و د (۴) الف و ب

۳۴- در یک مسئله مکان یابی چند تسهیلی، قرار است مکان بهینه ۳ تسهیل جدید ۱ و ۲ و ۳، در بین ۵ تسهیل موجود

$P_1 = (10, 10)$, $P_2 = (12, 8)$, $P_3 = (14, 6)$, $P_4 = (16, 4)$ و $P_5 = (18, 2)$ مکان یابی شود. اگر نوع فواصل

متعامد باشد و تعاملات تسهیلات به صورت ماتریس های زیر در نظر گرفته شود، جواب بهینه ۳ تسهیل جدید

به ترتیب کدام است؟

$$W = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 2 & 7 \\ 4 & 5 & 5 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 6 & 10 \end{pmatrix}, V = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$x_r = (16, 4), x_r = (14, 6), x_1 = (16, 10) \quad (۱)$$

$$x_r = (16, 4), x_r = (10, 6), x_1 = (16, 5) \quad (۲)$$

$$x_r = (10, 10), x_r = (14, 6), x_1 = (16, 10) \quad (۳)$$

$$x_r = (16, 4), x_r = (14, 6), x_1 = (16, 5) \quad (۴)$$

۳۵- در یک مسئله مکان یابی مرکز، ۳ مکان حادثه خیز $A = (1, 3)$, $B = (2, 4)$, $C = (1, 1)$ مورد بررسی هستند.

مدت زمان لازم برای رساندن فرد حادثه دیده در هر یک از مکان های حادثه به نزدیک ترین بیمارستان به ترتیب

۳، ۴ و ۱ است. می خواهیم مکان قرار گرفتن یک آمبولانس برای رساندن فرد حادثه دیده به نزدیک ترین

بیمارستان را به گونه ای تعیین کنیم که بیشترین زمان ممکن حداقل گردد. مقدار تابع هدف، کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴/۵ (۴) ۳/۷۵

۳۶- در مسئله مکان یابی مرکز تک وسیله ای با فاصله متعامد، $P_1 = (2, 1)$, $P_2 = (3, 1)$, $P_3 = (0, 2)$ و $P_4 = (1, 5)$

و همه $W_i = 1$. برای اینکه مجموعه تراز $S(k)$ غیر تهی باشد، حداقل مقدار k کدام است؟

(۱) ۲/۵ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۷. دو قلم کالای $A_1 = 8$ ، $A_2 = 4$ در انباری با سه بارانداز مطابق شکل زیر ذخیره شوند، در قفسه شماره ۱۴ کدام نوع کالا قرار می گیرد و هزینه مربوط به آن چقدر است؟ (قفسه ها دارای ابعاد واحد هستند).

		P_1	
۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
۹	۱۰	۱۱	۱۲
۵	۶	۷	۸
۱	۲	۳	۴
	P_2		P_3

$$W = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

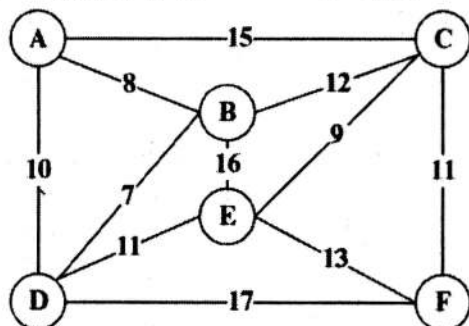
(۱) کالای ۲ با هزینه $\frac{8}{3}$

(۲) کالای ۱ با هزینه $\frac{8}{3}$

(۳) کالای ۲ با هزینه $\frac{10}{3}$

(۴) کالای ۱ با هزینه $\frac{10}{3}$

۳۸- اگر مسیرهای ممکن بین مناطق مختلف A، B، C، D، E و F و فواصل بین آنها مطابق شکل زیر باشد و شعاع پوشش ۱۱ منظور شود، با اعمال قواعد کاهش سطر و ستون جهت ساده سازی و حل مسئله، ماتریس نهایی چند در چند خواهد بود؟



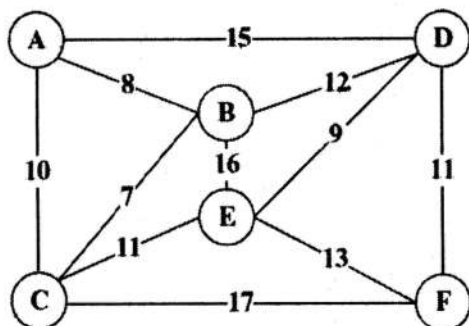
(۱) 2×2

(۲) 3×3

(۳) 4×4

(۴) 5×5

۳۹- مسیرهای ممکن بین مناطق مختلف A، B، C، D، E و F و فواصل آنها به صورت شکل زیر است. اگر شعاع پوشش را ۱۳ در نظر بگیریم و یک مسئله پوشش کامل مدنظر باشد، مسئله دارای چند جواب بهینه خواهد بود؟



(۱) ۱

(۲) ۹

(۳) ۴

(۴) ۸

۴۰- در یک مسئله مکان یابی مرکز تک تسهیلاتی، تسهیلات موجود در مکان های $P_1 = (2, 11)$ ، $P_2 = (7, 10)$ ، $P_3 = (6, 12)$ ، $P_4 = (4, 15)$ مستقر هستند. همچنین: $\forall_i w_i = 1$ ، $g_1 = 2$ ، $g_2 = 3$ ، $g_3 = 1$ ، $g_4 = 0$ از صفر به ۴ تغییر کند، جواب بهینه چند درصد اضافه می شود؟

(۱) ۳۵

(۲) ۵۰

(۳) ۴۰

(۴) $36/4$



۶۱ مکان یابی (MFLP) با مربع فاصله اقلیدسی، اطلاعات زیر در اختیار است. مکان بهینه استقرار وسایل جدید کدام است؟

$$m = 3; P_1 = (10, 15), P_2 = (20, 25), P_3 = (40, 5)$$

$$n = 2; v_{12} = 2, W = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$X^* = (18/04, 25/1), Y^* = (15/2, 10/5) \quad (1)$$

$$X^* = (18/04, 10/5), Y^* = (15/2, 25/1) \quad (2)$$

$$X^* = (18/04, 15/2), Y^* = (25/1, 10/5) \quad (3)$$

$$X^* = (25/1, 10/5), Y^* = (18/04, 15/2) \quad (4)$$

۴۲- در یک مسئله مکان یابی، تسهیلات موجود در مکان های زیر مستقر هستند:

$$P_1 = (4, 4), P_2 = (4, 10), P_3 = (6, 5), P_4 = (10, 5), P_5 = (10, 9), P_6 = (12, 3)$$

قرار است وسیله ای جدید میان این تسهیلات مکان یابی شود که با آن ها به صورت زیر رابطه دارد:

$$W_1 = 4, W_2 = 4, W_3 = 2, W_4 = 3, W_5 = 5, W_6 = 6$$

کران پایین و بالا برای تابع هزینه بهینه کل با فرض فاصله اقلیدسی، کدام است؟

$$88/1, 124 \quad (2)$$

$$95/5, 124 \quad (1)$$

$$88/1, 100/54 \quad (4)$$

$$95/5, 100/54 \quad (3)$$

۴۳- در مسئله مکان یابی (SELP) با مجذور فاصله اقلیدسی وسایل موجود در مکان های زیر مستقر هستند:

$$P_1 = (0, 0), P_2 = (2, 4); W_1 = 6; W_2 = 2$$

شعاع دایره تراز گذرنده از نقطه (5, 8)، کدام است؟

$$69/25 \quad (1)$$

$$72/25 \quad (2)$$

$$8/3 \quad (3)$$

$$8/5 \quad (4)$$

۴۴- محدودیت مرتبط با تسهیل اول و دوم در مدل ABS MODEL 1، کدام است؟

(ابعاد تسهیلات به صورت زیر و حداقل فاصله بین هر جفت تسهیلات ۳ واحد فرض شود.)

$$|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| \geq 1 \quad (1)$$

$$|x_1 - x_2| \geq 30 \quad (2)$$

$$|x_1 - x_2| \geq 33 \quad (3)$$

$$|x_1 - x_2| \leq 63 \quad (4)$$

شماره تسهیل	۱	۲	۳	۴
طول تسهیل	۲۰	۴۰	۲۵	۳۰

۴۵- با توجه به رویه حل برنامه ریزی خطی و رویکرد دوگان برای مسئله مکان یابی تک تسهیلاتی، کدام گزینه صحیح نیست؟

(۱) تعداد متغیرهای مسئله دوگان و تعداد محدودیت های مسئله اولیه با هم برابر است.

(۲) مقدار بهینه تابع هدف دوگان یک کران بالا، برای تابع هدف مسئله اولیه است.

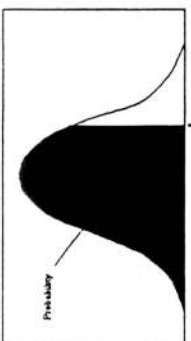
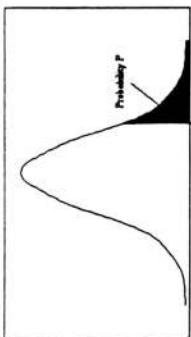
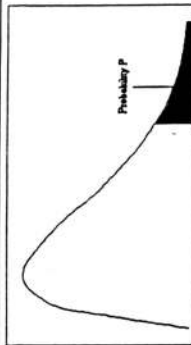
(۳) مقدار تابع هدف بهینه در هر دو مسئله با هم برابر است.

(۴) تابع هدف مسئله دوگان، از نوع بیشینه سازی است.

سطح زیر منحنی نرمال استاندارد											
z	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	
0.0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359	
0.1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753	
0.2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141	
0.3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517	
0.4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879	
0.5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224	
0.6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549	
0.7	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852	
0.8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133	
0.9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389	
1.0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621	
1.1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830	
1.2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015	
1.3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177	
1.4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306	9319	
1.5	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441	
1.6	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545	
1.7	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633	
1.8	9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706	
1.9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767	
2.0	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817	
2.1	9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857	
2.2	9861	9864	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890	
2.3	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916	
2.4	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936	
2.5	9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952	
2.6	9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964	
2.7	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974	
2.8	9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9981	
2.9	9981	9982	9982	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986	
3.0	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9989	9990	9990	
3.1	9990	9991	9991	9992	9992	9992	9992	9992	9993	9993	
3.2	9993	9993	9994	9994	9994	9994	9994	9994	9995	9995	
3.3	9995	9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9997	9997	
3.4	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998	

مقادیر بحرانی توزیع مربع کای											
df	.995	.990	.975	.950	.050	.025	.010	.005			
1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	3.8414	5.0238	6.6349	7.879			
2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	5.9914	7.3777	9.2103	10.596			
3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	7.8147	9.3484	11.344	12.838			
4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	9.4877	11.143	13.276	14.860			
5	0.411	0.5543	0.8312	1.1454	11.070	12.832	15.086	16.749			
6	0.675	0.8720	1.2373	1.6353	12.591	14.449	16.811	18.547			
7	0.989	1.2390	1.6898	2.1673	14.067	16.012	18.475	20.277			
8	1.344	1.6465	2.1797	2.7326	15.507	17.534	20.090	21.954			
9	1.734	2.0879	2.7003	3.3251	16.918	19.022	21.665	23.589			
10	2.155	2.5582	3.2469	3.9403	18.307	20.483	23.209	25.188			
11	2.603	3.0534	3.8157	4.5748	19.675	21.920	24.724	26.756			
12	3.073	3.5705	4.4037	5.2260	21.026	23.336	26.216	28.299			
13	3.565	4.1069	5.0087	5.8918	22.362	24.735	27.688	29.819			
14	4.074	4.6604	5.6287	6.5706	23.684	26.118	29.141	31.319			
15	4.600	5.2293	6.2621	7.2609	24.995	27.488	30.577	32.801			
16	5.142	5.8122	6.9076	7.9616	26.296	28.845	31.999	34.267			
17	5.697	6.4077	7.5641	8.6717	27.587	30.191	33.408	35.718			
18	6.264	7.0149	8.2307	9.3904	28.869	31.526	34.805	37.156			
19	6.843	7.6327	8.9065	10.117	30.143	32.852	36.190	38.582			
20	7.433	8.2604	9.5907	10.850	31.410	34.169	37.566	39.996			
21	8.033	8.8972	10.282	11.591	32.670	35.478	38.932	41.401			
22	8.642	9.5424	10.982	12.338	33.924	36.780	40.289	42.795			
23	9.260	10.195	11.688	13.090	35.172	38.075	41.638	44.181			
24	9.886	10.856	12.401	13.848	36.415	39.364	42.979	45.558			
25	10.52	11.523	13.119	14.611	37.652	40.646	44.314	46.927			
26	11.16	12.198	13.843	15.379	38.885	41.923	45.641	48.289			
27	11.80	12.878	14.573	16.151	40.113	43.194	46.962	49.644			
28	12.46	13.564	15.307	16.927	41.337	44.460	48.278	50.993			
29	13.12	14.256	16.047	17.708	42.556	45.722	49.587	52.335			
30	13.78	14.953	16.790	18.492	43.772	46.979	50.892	53.671			

مقادیر بحرانی توزیع t											
df	.10	.05	.025	.01	.005						
1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66						
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925						
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841						
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604						
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032						
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707						
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499						
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355						
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250						
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169						
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106						
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055						
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012						
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977						
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947						
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921						
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898						
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878						
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861						
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845						
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831						
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819						
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807						
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797						
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787						
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779						
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771						
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763						
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756						



به اطلاع می‌رساند، کلید اولیه سوالات که در این سایت قرار گرفته است، غیر قابل استناد است و پس از دریافت نظرات داوطلبان و صاحب نظران کلید نهایی سوالات تهیه و بر اساس آن کارنامه داوطلبان استخراج خواهد شد. در صورت تمایل می‌توانید حداکثر تا تاریخ 1400/01/03 با مراجعه به سامانه پاسخگویی اینترنتی (request.sanjesh.org) نسبت به تکمیل فرم "اعتراض به کلید سوالات" / "آزمون دکتری سال 1400" اقدام نمایید. لازم به ذکر است نظرات داوطلبان فقط تا تاریخ مذکور و از طریق فرم ذکر شده دریافت خواهد شد و به موارد ارسالی از طریق دیگر (نامه مکتوب یا فرم عمومی در سامانه پاسخگویی و ...) یا پس از تاریخ اعلام شده رسیدگی نخواهد شد.



عنوان دفترچه	نوع دفترچه	شماره پاسخنامه	گروه امتحانی
مهندسی صنایع	A	1	مهندسی و فنی

شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح
1	2	31	1
2	2	32	2
3	4	33	2
4	1	34	4
5	2	35	3
6	2	36	2
7	4	37	4
8	3	38	1
9	1	39	2
10	3	40	4
11	2	41	1
12	4	42	4
13	1	43	3
14	3	44	3
15	3	45	2
16	2		
17	1		
18	3		
19	4		
20	4		
21	3		
22	2		
23	1		
24	1		
25	2		
26	4		
27	3		
28	4		
29	2		
30	3		

خروج